



# Äänen nopeus ilmassa

## 1. Tehtävän määrittely

Laboratoriotyössä on tarkoituksena määrittellä äänen nopeus ilmassa. Mittaaminen perustuu seisovan aaltoliikkeen synnyttämiseen. Mittaukset suoritetaan kahdella eri tavalla. Ensimmäisessä mittauksessa käytetään ns. Kundtin putkea, jossa seisova aaltoliike synnytetään männällisessä lasiputkessa. Toisessa mittauksessa käytetään vaihe-eromenetelmää oskilloskooppia hyväksi käyttäen.

Mittauksissa merkitään muistiin generaattorin tuottaman äänen taajuus, seisovan aaltoliikkeen solmupisteiden lukumäärä ja solmupisteiden välinen etäisyys sekä vaihe-eromenetelmässä mikrofoniin ja kaiuttimen välinen etäisyys.

## 2. Seisova aaltoliike

Seisova aaltoliike saadaan aikaan tilanteessa, jossa aaltoliike etenee väliaineessa (tässä tapauksessa ilmassa), kohtaa rajapinnan ja heijastuu takaisin. Vastakkain kulkevat aallot interferoivat synnyttäen seisovan aaltoliikkeen, jos värähtelyn taajuus on sopiva. Seisovan aaltoliikkeen toteutumiseksi saadaan kaksi tapausta:

1. Värähtelijän molemmat päät ovat kiinnitetty tai molemmat ovat vapaat
2. Värähtelijän toinen pää on kiinnitetty ja toinen on vapaa

Aaltoliikkeen etenemisnopeus saadaan kaavasta 1

$$(1) \quad v = f\lambda \quad \text{jossa } f = \text{taajuus} \\ \lambda = \text{aallonpituus}$$

ja edelleen

(2a, 2b)

$$f_n = n \left( \frac{v}{2l} \right) \quad \text{kun värähtelijän päät ovat kiinnitetty tai molemmat ovat vapaat}$$

$$f_n = \left( n - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{v}{2l} \right) \quad \text{kun värähtelijän toinen pää on kiinnitetty ja toinen on vapaa}$$

joissa  $n = 1, 2, 3, \dots$  ( solmupisteen järjestysnumero)  
 $f_n$  = värähtelijän ominaistaajuus ( resonanssitaajuus)  
 $l$  = kahden solmupisteen etäisyys toisistaan  
kun  $n = 1$  on kyseessä perustaajuus  
kun  $n > 1$  on kyseessä harmooninen ylätaajuus

Äänen nopeus kaasussa saadaan kaavasta

$$v = \sqrt{\frac{gRT}{M}}$$

( 3a, 3b )

$$\left( g = \frac{c_p}{c_v} \right)$$

jossa

T = lämpötila

R = moolinen kaasuvakio

M = moolimassa

$\gamma$  = suhde  $c_p / c_v$

$c_p$  ja  $c_v$  ovat ominaislämpökapasiteetit

vakiopaineessa ja

vakiotilavuudessa

### 3. Kundtin putki

Kundtin putki on männällinen lasiputki, jossa korkkijauhetta. Putkeen synnytetään pitkittäinen värähtely putken kiinteässä päässä olevan värähtelylähteen avulla. Putken värähtelevän osan pituutta voidaan muuttaa männän avulla. Laboratoriotyössä etsitään eri taajuuksilla ja putken pituuksilla ne kohdat jolloin seisova aaltoliike syntyy putken sisään. Mitataan solmukohtien välimatka ( $\Delta x$ ) ja lasketaan monesko solmu on kyseessä (n). Mitataan huoneen lämpötila. Lasketaan aallonpituus yhtälöstä

$$(4) \quad \lambda = (2\Delta x) / n$$

ja edelleen etenemisnopeus kaavan 1 mukaan  $v = f\lambda$

#### 3.1 Mittaustulokset

Mittaushetkellä ympäristön lämpötila T = 296K

Mitatut ja lasketut tulokset taulukossa 3.1

Taulukko3.1

f / Hz	$\Delta x$ / cm	solmu nro	$\lambda$ / m	v / (m/s)
500	65,0	2	0,650	325,0
700	46,3	2	0,463	324,1
800	40,7	2	0,407	325,6
900	36,5	2	0,365	328,5
1000	33,2	2	0,332	332,0
1200	27,5	2	0,275	330,0
500	32,0	1	0,640	320,0
700	23,5	1	0,470	329,0
800	20,5	1	0,410	328,0
900	17,7	1	0,354	318,6
1000	16,8	1	0,336	336,0
1200	15,5	1	0,310	373,0
700	69,4	3	0,463	323,9
800	60,5	3	0,403	322,7
900	53,5	3	0,357	321,0
1000	48,5	3	0,323	323,3
1200	41,0	3	0,273	328,0
<b>KESKIARVO</b>				<b>328,7</b>

Laskuesimerkit:

$$\lambda = 2 \cdot \Delta x / 2 = 2 \cdot 65 \text{ cm} / 2 = 0.650 \text{ m}$$

$$v = f \lambda = 500 \text{ Hz} \cdot 0.650 \text{ m} = 325.0 \text{ m/s}$$

Äänen nopeuden keskiarvoksi saatiin 328.7 m/s

Vertailun vuoksi äänennopeus laskettiin kaavasta 3a

$$v = \sqrt{\frac{gRT}{M}} = \sqrt{\frac{1.40 \cdot 8.3144 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 296 \text{ K}}{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}} = 344.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.2 Virhetarkastelu

Mittausvirheet: Rullamitta 0.005m  
Taajuusgeneraattori 10Hz

$$\left| \frac{\Delta v}{v} \right| = \left| \frac{\Delta f}{f} \right| + \left| \frac{\Delta(\Delta x)}{x} \right| = \frac{10 \text{ Hz}}{500 \text{ Hz}} + \frac{0.005 \text{ m}}{0.65 \text{ m}} = 0.0277 = 2.77\%$$

$$|\Delta v| = 0.0277 \cdot 325.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9.0025 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 9.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.3 Lopputulos

Äänen nopeudeksi saatiin laskemalla kaavasta 3a

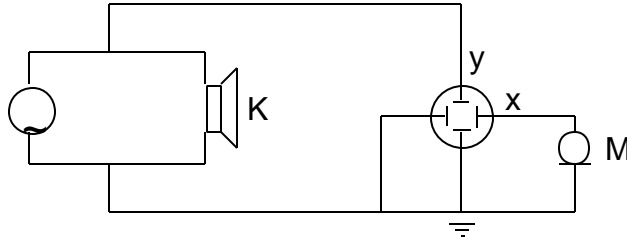
$$v = 344.7 \text{ m/s}$$

Mittauksissa äänen nopeudeksi saatiin

$$v = ( 328.7 \pm 9.0 ) \text{ m/s}$$

## 4 Vaihe-ero menetelmä

Mittausperiaate on esitetty kuvassa 4.1. Generaattorin antama sinimuotoinen vaihtojännite synnyttää kaiuttimessa K joka suuntaan etenevän sinimuotoisen ääniaallon. Ääni synnyttää mikrofonipiiriin sinimuotoisen virran ja sinimuotoisen jännitteen. Kun tämä jännite ja generaattorin jännite kytketään oskilloskooppiin, saadaan niiden välinen vaihe-ero näkyviin.



Kuva 4.1 Mittauskytkentä

Jos kaiuttimen ja mikrofonin M välimatka on aallon pituuden kokonainen monikerta eli

$$(5) \quad \Delta x = n\lambda \quad n=1,2,3,\dots$$

on aalto samassa vaiheessa kaiuttimen ja mikrofonin kohdalla edellyttäen, että kaiutinpiirissä syntyvä viive on mitättömän pieni. Tällöin nähdään kuvaputkella nouseva suora. Jos välimatka on aallonpituuden puolikkaan monikerta, nähdään laskeva suora. Mittaamalla kuvan 4.1 mukaisia kaiuttimen ja mikrofonin välimatkoja  $\Delta x$ , voidaan laskea aallonpituus  $\lambda$  ja siitä nopeus  $v$ .

Mittauksissa viedään ensin kaiutin kiinni mikrofoniin. Muutetaan kaiuttimen ja mikrofonin välimatkaa kaiutinta siirtämällä ja havaitaan kohta jossa vaihe-ero on  $2\pi$  (nouseva suora). Siirretään kaiutinta usean aallonpituuden verran ja lasketaan nousevien suorien lukumäärän perusteella  $n$ . Lopussa asetetaan kaiutin paikkaan jossa kuvaruudulla nähdään nouseva suora (vaihe-ero  $2\pi$ ). Mitataan kaiuttimen ja mikrofonin välimatka  $\Delta x$ . Tämän perusteella lasketaan aallonpituus yhtälöstä 5 ja edelleen nopeus kaavasta 1. Toistetaan mittauksia eri taajuuksilla. Mitataan huoneen lämpötila.

### 4.1 Mittaustulokset

Mittaushetkellä ympäristön lämpötila  $T = 299\text{K}$

Mitatut ja lasketut tulokset taulukossa 4.1

Taulukko 4.1

$f / \text{Hz}$	$\Delta x / \text{cm}$	solmu nro ( $n$ )	$\lambda / \text{m}$	$v / \text{m/s}$
7000	44.0	10	0.044	308.0
10000	17.0	5	0.034	340.0
11000	15.5	5	0.031	341.0
12000	13.8	5	0.0276	331.2
15000	21.3	10	0.0213	319.5
<b>KESKIARVO</b>				<b>327.9</b>

Laskuesimerkit

$$\lambda = \Delta x/n = 44.0\text{cm}/10 = 0.044\text{m}$$

$$v = f\lambda = 7000\text{Hz} \cdot 0.044\text{m} = 308.0\text{m/s}$$

Äänen nopeudeksi saatiin mittausten keskiarvon perusteella 327.9 m/s

Äänen nopeus laskettiin myös kaavasta 3a

$$v = \sqrt{\frac{gRT}{M}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 8.3144 \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 299\text{K}}{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}} = 346.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## 4.2 Virhetarkastelu

Mittausvirheet: Rullamitta 0.005m  
Taajuusgeneraattori 100Hz

$$\left| \frac{\Delta v}{v} \right| = \left| \frac{\Delta f}{f} \right| + \left| \frac{\Delta(\Delta x)}{x} \right| = \frac{100\text{Hz}}{7000\text{Hz}} + \frac{0.005\text{m}}{0.44\text{m}} = 0.0256\dots = 2.56\%$$

$$|\Delta v| = 0.0256 \cdot 308 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8.8848 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 8.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## 4.3 Lopputulokset

Laskemalla kaavasta 3a äänennopeudeksi saatiin

$$v = 346.4 \text{ m/s}$$

Mittausten perusteella äänen nopeudeksi saatiin

$$v = ( 327.9 \pm 8.9 ) \text{ m/s}$$